183. Picard-Vessiot ノ理論ニ就テ. II

吉田耕作（阪大）

先ヅ前論 180 ノ正誤ヲシマス。

p. 9, 18 行 — 及ビ其全テノ微係数。ヲトル。

p. 11, 19 行 — α' …… α'', α''' ニツイテモ同様。ヲトル。

p. 12, 12 行ヨリ p. 13, 7 行迄ニ於テ

G_α, G_β, $G_{\alpha-\gamma\beta}$ 等トアルノハ $\overline{G}_\alpha$, $\overline{G}_\beta$, $\overline{G}_{\alpha-\gamma\beta}$ ノ誤リ。

此ノ度ハ前論ニ定義シタ $R(y)$ ノ Galois 群 $G(R(y))$ ノ reduction ニ就イテ述ベテミマス。Picard ガ resolvent ヲ用ヒテ得タ結果ガ直ニ得ラレルヤウニ思ヒマス。

Satz 6. R ノ element ヲ係数トスル λ 階代数的微分方程式

$$(2)\quad f\left(\frac{d^\lambda \gamma}{dx^\lambda}, \frac{d^{\lambda-1}\gamma}{dx^{\lambda-1}}, \cdots\cdots, \gamma, x\right)=0$$

ノ一ツノ particular solution (non singular solution) γ ヲ R ニ adjoin シテ得ラレル $R(y)$ ノ Unterkörper ヲ $\overline{R}$ トスル。又他ノ particular solution γ_1 ヲ adjoin シテ得ラレル $R(y)$ ノ Unterkörper ヲ $\overline{\overline{R}}$ トスレバ $\overline{G}(\overline{R})$ ト $\overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}})$ トハ

$G(R(y))$ニ於テ互ニ共軛デアル。

証。Satz 5 ニヨリ $\overline{G}(\overline{R})=G_\alpha$, $\alpha\in\overline{R}$。ヨッテ α ハ γ 及ビ其ノ幾ツカノ derivative 並ビニ R ノ element ヲモッテ rational ニ表ハサレル。コノ α ニ於ケル γ ヲ (2) ノ general solution ト考ヘ、$\alpha, \alpha', \text{-------}$ 及ビ $f=0$ ヨリ $\gamma, \gamma', \text{-------}$ ヲ消去スレバ α ハ高々 λ 階, R ノ element ヲ係数トスル irreducible ナ代数的微分方程式

(3) $\quad F(\alpha, \alpha', \text{------}, \alpha^{(k)}, x)=0, \quad k\leqq\lambda$

ヲ満足スルコトガワカル。

一方 α ハ $R(y)$ ノ element ダカラ之ヲ其ノ一ツノ expression ニ於テトリ、其ノ y, y' 等ニ G ノ一般ノ変換ヲ施シタモノカラコノ変換ノ non singular l. s. ノ係数ヲ消去スルコトニヨリ α ノ満足スル R ノ element ヲ係数トスル irreduable ナ代数的微分方程式

(4) $\quad G(\alpha, \alpha', \text{------}, \alpha^{(k')}, x)=0$

ガ作レル。L. Königsberger ノ定理 (Picard 557) ニヨレバ (2) ト (3) トハ其 General solution ヲ同ジクスル。ヨッテ特ニ $k'=k$。及ビ又

α ヲ $R(y)$ ノ element ト考ヘテ之レニ G ノ或変換 A ヲ apply シタモノハ (3) ノ一ツノ particular solution デアル。

逆ニ α ヲ $\overline{R}$ ノ element ト考ヘ α ニ於ケル γ,

γ', -------ヲ (2) ノ他ノ *particular solution* デ置キカヘテ得ラレルモノハ α ニ G ノ或変換 A ヲ *apply* シタモノデアル。

コノコトカラワカル。

何者，α ニ於ケル γ ヲ γ_1 デ置キカヘタモノヲ α_1 トシ $A\alpha=\alpha_1$ トスル。$\overline{G}_{\alpha_1}=A\overline{G}_{\alpha}A^{-1}$ 及ビ $\overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}})\subseteqq\overline{G}_{\alpha_1}$ ハ明カデアル（*Satz* 5 ノ証明参照）。ヨッテ $\overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}})=\overline{G}_{\alpha_1}$ ヲ証明スレバヨイ。若シ $\overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}})\neq\overline{G}_{\alpha_1}$ トスレバ *Satz* 5 ノ証明ニ於ケルガ如ク *Schreier* ノ基本定理 I ニヨリ

$$dim.\ \overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}}) < dim.\ \overline{G}_{\alpha_1}。$$

然シテ上ト同様ノ議論ニヨリ $\overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}})=\overline{G}_{\beta}$ トスルトキ $\overline{G}_{\beta_1}\geqq\overline{G}(\overline{R})=\overline{G}_{\alpha}$ ヲ得ルカラ $dim.\ \overline{\overline{G}}\geqq dim\ \overline{G}_{\alpha}$。即チ $dim.\ \overline{G}_{\alpha_1} > dim.\ \overline{G}_{\alpha}$。之ハ $\overline{G}_{\alpha_1}=A\overline{G}_{\alpha}A^{-1}$ ニ矛盾スル。

系. (2) ノ *general solution* ヲ R ニ *adjoin* シタモノヲ $\overline{R}$ トスレバ $\overline{G}(\overline{R})$ ハ G ノ *Normalteiler*。然モ $dim.\ G - dim.\ \overline{G}\leqq\lambda$。

証. $\overline{G}_{\alpha}=\overline{G}$ トシ α ヲ一ツノ *expression* ニ於テトリ之レニ G ノ一般ノ変換ヲ施シタモノハ (3) ニヨリ高々 $k(\leqq\lambda)$ コノ *parameter* ヲ含ム。ヨッテ之ガ α ニ等シイタメニハ G ニ相当スル *non singular l. S.* ノ係数ノ間ニ新ニ高々 k コノ *relation* ヲ附加スレバヨイコトカラワカル。